

OVERLEAF ONLINE TEX EDITOR

МАТЕМАТИКА

Збирка припрема

Аутор:
Миле Кољанчић

Специјални савјетник:
Снежана Кољанчић

Фебруары 6, 2020

САДРЖАЈ

1	Припреме за 9 разред	5
1.1	Припрема за час број 60	5
1.1.1	Опште напомене	5
1.1.2	Подаци о часу	5
1.1.3	Ток часа	7
1.1.4	Изглед табле	9
1.2	Припрема за час број 61	10
1.2.1	Опште напомене	10
1.2.2	Подаци о часу	10
1.2.3	Ток часа	11
1.2.4	Изглед табле	13
1.3	Припрема за час број 62	14
1.3.1	Опште напомене	14
1.3.2	Подаци о часу	14
1.3.3	Ток часа	15
1.3.4	Изглед табле	17
1.4	Припрема за час број 63	18
1.4.1	Опште напомене	18
1.4.2	Подаци о часу	18
1.4.3	Ток часа	19
1.4.4	Изглед табле	22
2	Припреме за 8 разред	23
2.1	Припрема за час број 70	23
2.1.1	Опште напомене	23
2.1.2	Подаци о часу	23
2.1.3	Ток часа	25
2.1.4	Изглед табле	27
2.2	Припрема за час број 71	28
2.2.1	Опште напомене	28
2.2.2	Подаци о часу	28
2.2.3	Ток часа	29
2.2.4	Изглед табле	31
2.3	Припрема за час број 73	32
2.3.1	Опште напомене	32
2.3.2	Подаци о часу	32
2.3.3	Ток часа	34
2.3.4	Изглед табле	36
2.4	Припрема за час број 78	37
2.4.1	Опште напомене	37
2.4.2	Подаци о часу	37
2.4.3	Ток часа	38

2.4.4 Изглед табле 42

1

Припреме за 9 разред

1.1 Припрема за час број 60

1.1.1 Опште напомене

- Основна школа: "Бранислав Нушић", Бања Лука
- Наставни предмет: математика
- Разред: девети
- Датум реализације: Фебруары 6, 2020
- Наставник: Миле Кољанчић, проф.

1.1.2 Подаци о часу

Наставна тема

- Пирамида,

Наставна јединица

- Пирамида - појам, врсте и основни елементи

Тип часа

- Обрада

Циљ часа

- Усвајање појма пирамида, врсте пирамида и основних елемената пирамиде

Очекивани исходи

Ученици треба да:

- усвоје појам пирамиде, елементе пирамиде и врсте пирамиде
- умију да скицирају слику пирамиде и да на моделима пирамиде уочавају

њене елементе

Функционални задаци

Ученици треба да:

- развију навику тачног обиљежавања геометријских објеката,
- се оспособљавају за прецизно и уредно цртање и правилно кориштење прибора
- стичу навику да замишљају објекте и њихове односе у простору и оспособљавају за просторно посматрање,
- стичу способност изражавања математичким језиком, јасно и прецизно, у писменом и усменом облику,
- развијају логичко, аналитичко и процедурално (алгоритамско) мишљење

Васпитни задаци

Ученици треба да развијају:

- концентрацију,
- способност за упоран и предан рад
- поступност и систематичност у раду,
- тачност, прецизност и уредност у раду,
- позитиван однос према математици и уважавање математике као подручја људске дјелатности,
- самопоуздање и повјерење у властите математичке способности
- навику самоконтроле и критичног мишљења

Кључни појмови

- пирамида,
- основа (база)
- бочна страна,
- основна ивица,
- бочна ивица
- висина пирамиде
- дијагонала
- дијагонални пресјек
- правилна пирамида

Образовни стандарди

- МА2.3.4.

Олици рада

- Фронтални

Наставне методе

- Дијалогска, илустративна

Наставна средства

- Уџбеник, збирка, табла, креда, прибор за геометрију

Мјесто извођења

- Кабинет за математику

Корелација

- Математика 8. разред - Питагорина теорема
- Математика 9. разред - Тачка, права, раван

Литература и додатни материјал за наставника

- Икодиновић Н, Димитријевић С - *Математика 9*, уџбеник за девети разред основне школе, Издавачка кућа *Klett*, Београд 2011, стр. 102, 103, 104
- Поповић Б, Милојевић С, Вуловић Н - *Математика 9*, збирка задатака са рјешењима за девети разред основне школе, Издавачка кућа *Klett*, Београд 2011, стр. 67
- Икодиновић Н, Димитријевић С, Поповић Б - *Приручник за наставнике математике у деветом разреду основне школе*, Издавачка кућа *Klett*, Београд 2011
- Вујакић М, Павлићевић Р, *Знам за више - Математика 9*, Издавачка кућа *Klett*, Београд 2011
- Павлићевић Р, Вујакић М, *Знам за матуру*, збирка задатака за завршни испит из математике у основном образовању, Издавачка кућа *Klett*, Београд 2011

Литература и додатни материјал за ученике

- Икодиновић Н, Димитријевић С - *Математика 9*, уџбеник за девети разред основне школе, Издавачка кућа *Klett*, Београд 2011, стр. 102, 103, 104
- Поповић Б, Милојевић С, Вуловић Н - *Математика 9*, објашњења и вјежбање за боље оцјене у 9. разреду, Издавачка кућа *Klett*, Београд 2011, стр. 67
- Вујакић М, Павлићевић Р, *Знам за више - Математика 9*, Издавачка кућа *Klett*, Београд 2011
- Павлићевић Р, Вујакић М, *Знам за матуру*, збирка задатака за завршни испит из математике у основном

образовању, Издавачка кућа *Klett*,
Београд 2011

Напомене

-
-

1.1.3 Ток часа

Уводни дио часа (5 min)

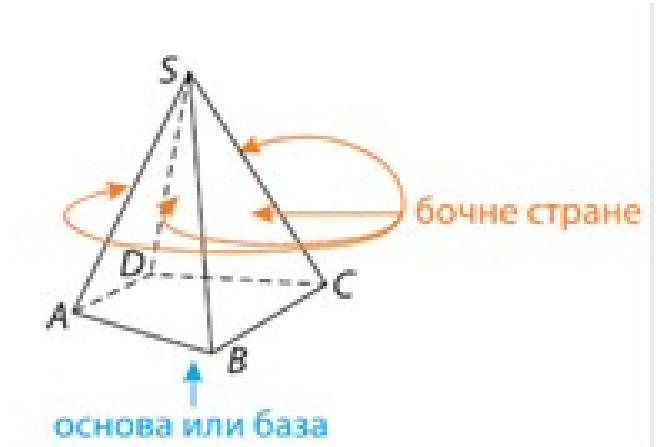
Набројати примјере пирамиде које можемо срести уживоту и по могућности показати модел неке пирамиде.

Главни дио часа (35 min)

Претпоставимо да се у равни β налази неки многоугао и да је дата тачка S која не припада овој равни.

Тијело ограничено датим многоуглом и троугловима које образују његове стране са уоченом тачком S назива се **пирамида**.

Пирамиде означавамо тако што прво навадемо врх пирамиде а затим тјемења многоугла који одређује базу. На примјер, пирамиду на слици (Слика 1.1) означавамо са $SABCD$.



Слика 1.1: Стране пирамиде

Врсте пирамиде:

Пирамида је **правилна** ако је њена основа (база) правилан многоугао и ако је ортогонална пројекција врха на раван основе центар описаног круга око основе.

Вазно: *Бочне стране правилне пирамиде су међусобно подударни једнакокраки троуглови.*

Пирамида чија је основа n -тоугао назива се n -тострана пирамида (ми ћемо помињати тространу, четворострану и шестострану).



(а) Главна висина и бочна висина (апотема)



(б) Бочне и основне ивице

Слика 1.2: Пирамида

Елементи пирамиде су:

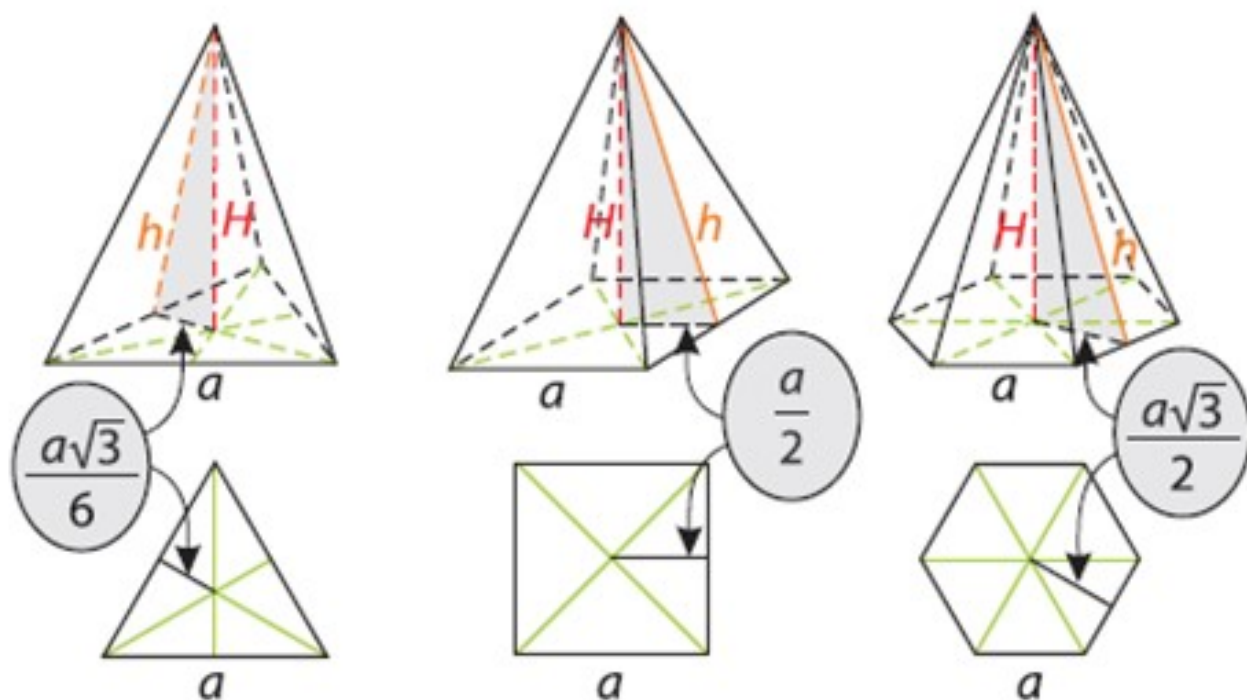
- Многоугао је **основа** или **база** пирамиде V
- Сваки троугао коме је једна страна заједничка са многоуглом а тјеме се поклапа са врхом пирамиде је **бочна страна** пирамиде.
- Тачка S назива се **врх пирамиде**.
- Странице основе пирамиде називају се **основне ивице** (a).
- Остале ивице су бочне ивице s
- Растојање врха пирамиде од равни основе назива се **висина пирамиде** (H).
- Висина бочне стране правилне пирамиде назива се **апотема** (h).

Подножје апотеме на неку основну ивицу поклапа се са подножјем нормале из центра основе (центар описаног круга око многоугла) на ту ивицу.

Било би добро овде споменути теорему о три нормале, дату у уџбенику на страни 103.

Ова теорема није предвиђена наставним програмом. Ипак, било би корисно посветити јој одређену пажњу јер она, на примјер, објашњава једну "мистерију" у вези са правилном пирамидом: зашто се подножје нормале из центра основе на основну ивицу поклапа са подножјем апотеме на ту исту ивицу.

Ако се у основу пирамиде може уписати круг, а подножје врха пирамиде се поклапа са центром тог круга, онда су висине бочних страна једнаке (Слика 1.3).



Слика 1.3: Карактеристични правоугли троугао код правилне пирамиде

Завршни дио (5 min)

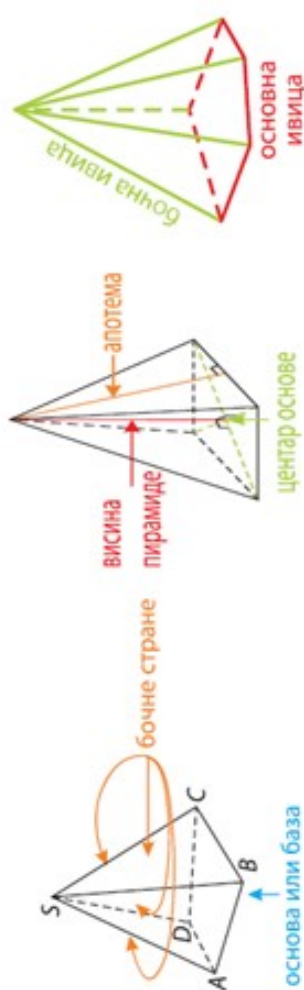
Набројати основне елементе пирамиде уз одговарајућу илустрацију. Домаћи задатак: Збирка задатака, страна 67, задаци 1,2,3,6.

1.1.4 Изглед табле

Пирамида - појам, врсте, елементи - обрада

Пирамида је правилна ако је њена основа правилан многоугао и ако је ортогонална пројекција врха на раван основе центар тог многоугла.

Бочне стране пирамиде су међусобно подударни једнакокраки троуглови.



Елементи пирамиде су:

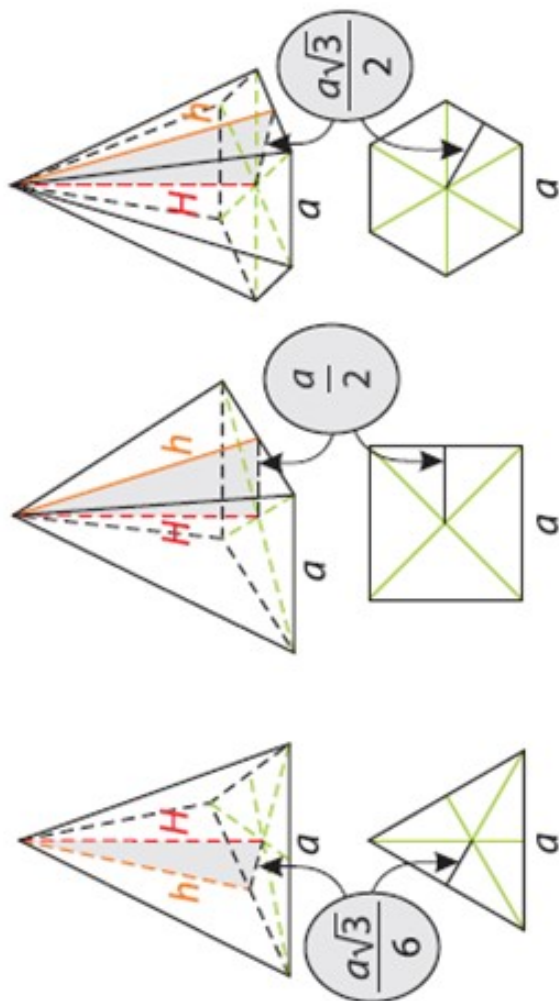
- Многоугао је **основа** или **база** пирамиде V
- Сваки троугао коме је једна страна заједничка са многоуглом а тјеме се поклапа са врхом пирамиде је **бочна страна** пирамиде.
- Тачка S назива се **врх пирамиде**.
- Странице основе пирамиде називају се **основне ивице** (a).
- Остале ивице су бочне ивице s
- Растојање врха пирамиде од равни основе назива се **висина пирамиде** (H).
- Висина бочне стране правилне пирамиде назива се **апотема** (h).

Ако се у основу пирамиде може уписати круг, а подножје врха пирамиде се поклапа са центром тог круга, онда су висине свих бочни страна једнаке.

Удбеник, страна 104, задаци 2,3,4. Збирка задатака, страна 67, задаци 7 и 8.

ДОМАЋИ ЗАДАТАК:

Збирка задатака, страна 67, задаци 1,2,3,6.



1.2 Припрема за час број 61

1.2.1 Опште напомене

- Основна школа: "Бранислав Нушић", Бања Лука
- Наставни предмет: математика
- Разред: девети
- Датум реализације: Фебруары 6, 2020
- Наставник: Миле Кољанчић, проф.

1.2.2 Подаци о часу

Наставна тема

- Пирамида,

Наставна јединица

- Површина пирамиде

Тип часа

- Обрада

Циљ часа

- Цртање мреже пирамиде, усвајање појма површина пирамиде и опште формуле за рачунање површине пирамиде, примјена формуле

Очекивани исходи

Ученици треба да:

- разумију појам мреже пирамиде и науче да је цртају за разне врсте
- утврде скицирање слика пирамиде и да на моделима пирамида уочавају елементе
- уочавају правоугле троуглове у пирамиди и да примјењују Питагорину теорему на те троуглове
- науче како се израчунава површина пирамиде

Функционални задаци

Ученици треба да:

- се оспособљавају за прецизно и уредно цртање и правилно коришћење прибора,

- стичу навику да замишљају објекте и њихове односе у простору и оспособљавају се за просторно посматрање
- усаврше вјештину брзог и тачног израчунавања
- стичу способност израчунавања математичким језиком, јасно и прецизно, у писменом и усменом облику
- развијају логичко, аналитичко и процедурално (алгоритамско) мишљење: аналогичном, генерализацијом, индуктивним и дедуктивним начином закључивања развијају математичко мишљење
- примјеном мисаоних операција, нарочито апстракције и генерализације, развијају способности за индуктивни облик закључивања

Васпитни задаци

Ученици треба да развијају:

- концентрацију,
- способност за упоран и предан рад
- поступност и систематичност у раду,
- тачност, прецизност и уредност у раду,
- позитиван однос према математици и уважавање математике као подручја људске дјелатности,
- самопоуздање и повјерење у властите математичке способности
- навику самоконтроле и критичног мишљења

Кључни појмови

- основа (база B),
- омотач (M)
- мрежа пирамиде,
- површина пирамиде (P),

Образовни стандарди

- МА2.3.4.

Олици рада

- Фронтални

Наставне методе

- Дијалогска, илустративна

Наставна средства

- Уџбеник, збирка, табла, креда, прибор за геометрију

Мјесто извођења

- Кабинет за математику

Корелација

- Математика 8. разред - Питагорина теорема
- Математика 9. разред - Тачка, права, раван

Литература и додатни материјал за наставника

- Икодиновић Н, Димитријевић С - *Математика 9*, уџбеник за девети разред основне школе, Издавачка кућа *Klett*, Београд 2011, стр. 102, 103, 104
- Поповић Б, Милојевић С, Вуловић Н - *Математика 9*, збирка задатака са

рјешењима за девети разред основне школе, Издавачка кућа *Klett*, Београд 2011, стр. 67

- Икодиновић Н, Димитријевић С, Поповић Б - *Приручник за наставнике математике у деветом разреду основне школе*, Издавачка кућа *Klett*, Београд 2011
- Вујакић М, Павлићевић Р, *Знам за више - Математика 9*, Издавачка кућа *Klett*, Београд 2011
- Павлићевић Р, Вујакић М, *Знам за матуру*, збирка задатака за завршни испит из математике у основном образовању, Издавачка кућа *Klett*, Београд 2011

Литература и додатни материјал за ученике

- Икодиновић Н, Димитријевић С - *Математика 9*, уџбеник за девети разред основне школе, Издавачка кућа *Klett*, Београд 2011, стр. 102, 103, 104
- Поповић Б, Милојевић С, Вуловић Н - *Математика 9*, објашњења и вјежбање за боље оцјене у 9. разреду, Издавачка кућа *Klett*, Београд 2011, стр. 67
- Вујакић М, Павлићевић Р, *Знам за више - Математика 9*, Издавачка кућа *Klett*, Београд 2011
- Павлићевић Р, Вујакић М, *Знам за матуру*, збирка задатака за завршни испит из математике у основном образовању, Издавачка кућа *Klett*, Београд 2011

Напомене

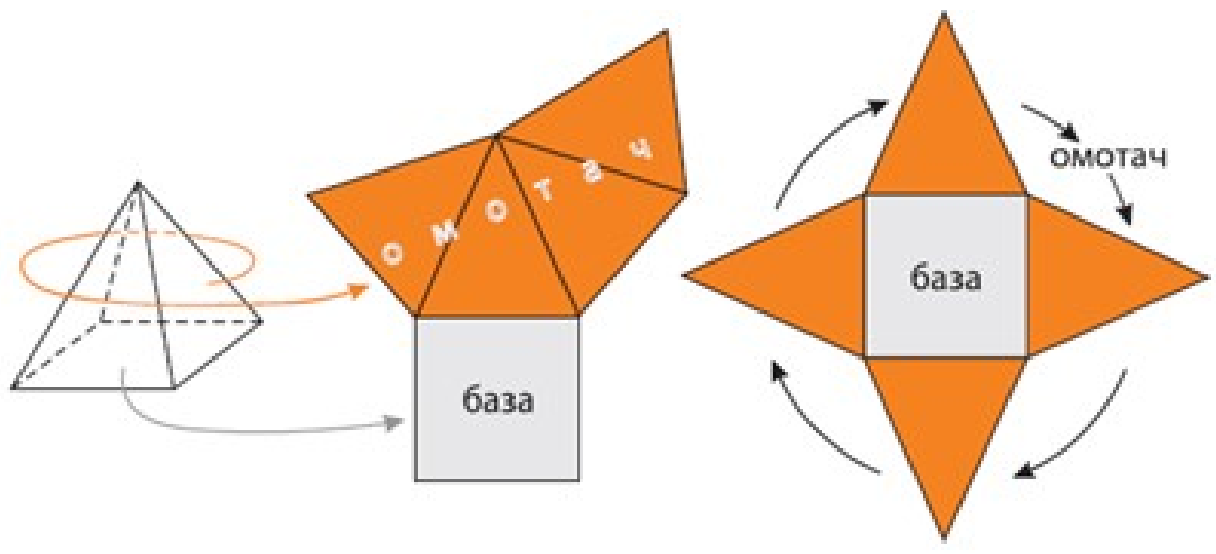
-
-

1.2.3 Ток часа**Уводни дио часа (5 min)**

Уџбеник, страна 101, задаци 1,2,3,4 - колективна израда задатака.

Главни дио часа (35 min)

Свака пирамида је ограничена многоуглом који називамо **основом или базом** (B) те пирамиде и троугловима којих има онолико колико страница има основа. Унија свих бочних страна пирамиде представља њен **омотач** (M).



Слика 1.4: Мрежа пирамиде

На слици су приказана два начина на које можемо формирати мрежу правилне четворостране пирамиде. Исто је и са осталим пирамидама.

Уџбеник страна 105, задатак1. - ученици раде у својим свескама овај задатак, покушавајући да што прецизније нацртају а наставник на табли црта исто, објашњавајући.

Ако са B означимо површину основе, а са M површину омотача пирамиде, онда се површина P те пирамиде израчунава по формули:

$$P = B + M$$

Збирка задатака,

страна 67, задаци 1 и 2

страна 68, задатак 4(б)

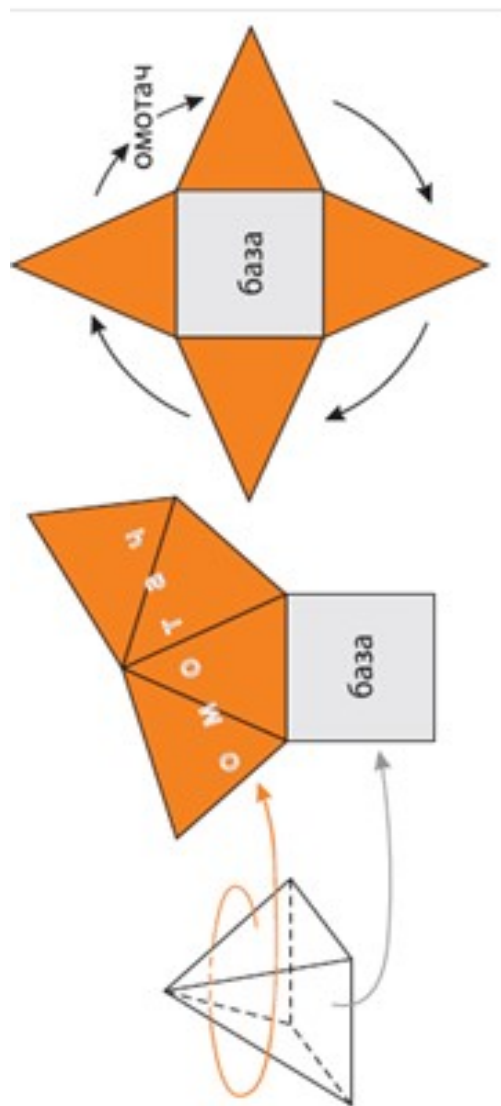
Завршни дио (5 min)

Поновити елементе пирамиде и општу формулу за рачунање површине пирамиде. Домаћи задатак, збирка задатака: страна 67, задаци 9 и 3 страна 68, задатак 4(а, в)

1.2.4 Изглед табле

Површина пирамиде - обрада

Удбеник, страна 101, задаци 1, 2, 3, 4..



Удбеник страна 105, задатак 1. (ученици овај задатак раде у својим свескама, покушавајући што прецизније нацртати а наставник на табли црта исто, објашњавајући.)

Збирка задатака,
страница 67, задаци 1 и 2
страница 68, задатак 4(б)

Ако са V означимо површину основе, а са M површину омотача пирамиде, онда се површина P те пирамиде израчунава по

формули:

$$P = V + M$$

ДОМАЋИ ЗАДАТАК: Збирка задатака,

страница 67, задаци 9 и 3

страница 68, задатак 4(а, в)

1.3 Припрема за час број 62

1.3.1 Опште напомене

- Основна школа: "Бранислав Нушић", Бања Лука
- Наставни предмет: математика
- Разред: девети
- Датум реализације: Фебруары 6, 2020
- Наставник: Миле Кољанчић, проф.

1.3.2 Подаци о часу

Наставна тема

- Пирамида,

Наставна јединица

- Површина четворостране пирамиде

Тип часа

- Утврђивање

Циљ часа

- Примјена знања о површини пирамиде на четворострану пирамиду.

Очекивани исходи

Ученици треба да:

- владају појмом мреже пирамиде и знају да је нацртају за разне врсте пирамиде
- утврде цртање скица пирамиде и да на моделима пирамиде уочавају елемента
- умију да примјењују општу формулу $P = B + M$ за израчунавање површине четворостране пирамиде

Функционални задаци

Ученици треба да:

- се оспособљавају за прецизно и уредно цртање и правилно коришћење прибора,
- стичу навику да замишљају објекте и њихове односе у простору и оспособљавају се за просторно посматрање

- усаврше вјештину брзог и тачног израчунавања
- стичу способност израчунавања математичким језиком, јасно и прецизно, у писменом и усменом облику
- развијају логичко, аналитичко и процедурално (алгоритамско) мишљење: аналогизацијом, генерализацијом, индуктивним и дедуктивним начином закључивања развијају математичко мишљење
- примјеном мисаоних операција, нарочито апстракције и генерализације, развијају способности за индуктивни облик закључивања

Васпитни задаци

Ученици треба да развијају:

- концентрацију,
- способност за упоран и предан рад
- поступност и систематичност у раду,
- тачност, прецизност и уредност у раду,
- позитиван однос према математици и уважавање математике као подручја људске дјелатности,
- самопоуздање и повјерење у властите математичке способности
- навику самоконтроле и критичног мишљења

Кључни појмови

- основа (база B),

- омотач (M)
- мрежа пирамиде,
- површина четворостране пирамиде (P),

Образовни стандарди

- МА2.3.4.
- МА3.3.4.

Олици рада

- Индивидуални

Наставне методе

- Самостални рад, Дијалогска, Илустративна

Наставна средства

- Уџбеник, збирка, табла, креда, прибор за геометрију

Мјесто извођења

- Кабинет за математику

Корелација

- Математика 7. разред - Површина троугла и четвороугла
- Математика 8. разред - Питагорина теорема
- Математика 8. разред - Примјена Питагорине теореме на троугао и четвороугао
- Математика 9. разред - Површина пирамиде

Литература и додатни материјал за наставника

- Икодиновић Н, Димитријевић С - *Математика 9*, уџбеник за девети разред основне школе, Издавачка кућа *Klett*, Београд 2011, стр. 102, 103, 104

- Поповић Б, Милојевић С, Вуловић Н - *Математика 9*, збирка задатака са рјешењима за девети разред основне школе, Издавачка кућа *Klett*, Београд 2011, стр. 67

- Икодиновић Н, Димитријевић С, Поповић Б - *Приручник за наставнике математике у деветом разреду основне школе*, Издавачка кућа *Klett*, Београд 2011

- Вујакић М, Павлићевић Р, *Знам за више - Математика 9*, Издавачка кућа *Klett*, Београд 2011

- Павлићевић Р, Вујакић М, *Знам за матуру*, збирка задатака за завршни испит из математике у основном образовању, Издавачка кућа *Klett*, Београд 2011

Литература и додатни материјал за ученике

- Икодиновић Н, Димитријевић С - *Математика 9*, уџбеник за девети разред основне школе, Издавачка кућа *Klett*, Београд 2011, стр. 102, 103, 104
- Поповић Б, Милојевић С, Вуловић Н - *Математика 9*, објашњења и вјежбање за боље оцјене у 9. разреду, Издавачка кућа *Klett*, Београд 2011, стр. 67
- Вујакић М, Павлићевић Р, *Знам за више - Математика 9*, Издавачка кућа *Klett*, Београд 2011
- Павлићевић Р, Вујакић М, *Знам за матуру*, збирка задатака за завршни испит из математике у основном образовању, Издавачка кућа *Klett*, Београд 2011

Напомене

-
-

1.3.3 Ток часа

Уводни дио часа (5 min)

Анализа домаћег задатка.

Поновити како рачунамо површину пирамиде. Која је општа формула за површину

пирамиде?

Која је формула за израчунавање површине квадрата, правоугаоника, ромба и четвороугла са нормалним дијагоналама.

Поновити Питагорину теорему и формулу за површину троугла.

Главни дио часа (39 min)

Из опште формуле за рачунање површине пирамиде

$$P = B + M$$

изводимо формулу за рачунање површине четворостране пирамиде.

На примјер ако је основа

- правоугаоник: $P = ab + ah + bh$
- квадрат: $P = a^2 + 2ah$

Везе између елемената пирамиде:

$$h^2 = H^2 + r^2$$

гдје је $r = \frac{a}{2}$ полупречник кружнице уписане у квадрат (основа) странице a

$$s^2 = h_b^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 = h_b^2 + \left(\frac{b}{2}\right)^2$$

Наставник ради примјер 1, односно примјер 2, на страни 105, односно 106 уџбеника, објашњавајући сваки дио задатка а посебно обрађајући пажњу на уочавање правоуглог троугла.

Примјењујући дате формуле ученици самостално раде следеће задатке у свесци ~~и на таблицама~~

страна 68, задаци 6 и 7

страна 69, задатак 1 и 2

Завршни дио (1 min)

Домаћи задатак, Знам за више: страна 44, задатак 1

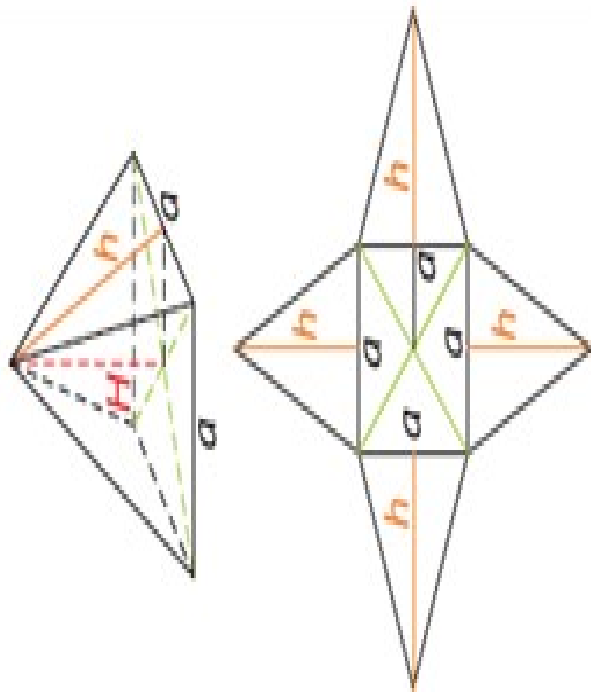
Површина четворостране пирамиде - утврђивање

Ако је основа пирамиде

- правоугаоник: $P = ab + ah + bh$
- квадрат: $P = a^2 + 2ah$

Везе између елемената пирамиде:

$$h^2 = H^2 + r^2 \text{ гдје је } r = \frac{a}{2} \text{ полупречник кружнице уписане}$$

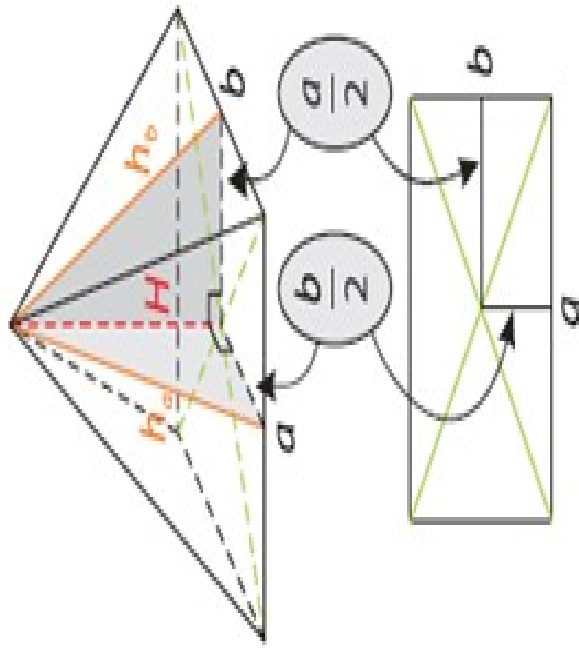


(а) Уџбеник, страна 105, примјер 1

у квадрат (основа) странице a

$s^2 = H^2 + R^2$, гдје је $R = \frac{d}{2}$ (дијагонала основе $d^2 = a^2 + b^2$) полупречник кружнице описане око правоугаоника (квадрата) основе.

$$s^2 = h_2^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 = h_b^2 + \left(\frac{b}{2}\right)^2$$



(б) Уџбеник, страна 102, примјер 2

ДОМАЋИ ЗАДАТАК:

Збирка задатака,
 страна 67, задаци 9 и 3
 страна 68, задатак 4(а, в)

Слика 1.5: Пирамида

1.4 Припрема за час број 63

1.4.1 Опште напомене

- Основна школа: "Бранислав Нушић", Бања Лука
- Наставни предмет: математика
- Разред: девети
- Датум реализације: Фебруары 6, 2020
- Наставник: Миле Кољанчић, проф.

1.4.2 Подаци о часу

Наставна тема

- Пирамида,

Наставна јединица

- Површина тростране пирамиде

Тип часа

- Утврђивање

Циљ часа

- Примјена знања о површини пирамиде на тространу пирамиду.

Очекивани исходи

Ученици треба да:

- владају појмом мреже пирамиде и знају да је нацртају за разне врсте пирамиде
- утврде цртање скица пирамиде и да на моделима пирамиде уочавају елементи
- умију да примјењују општу формулу $P = B + M$ за израчунавање површине четворостране пирамиде

Функционални задаци

Ученици треба да:

- се оспособљавају за прецизно и уредно цртање и правилно коришћење прибора,
- стичу навику да замишљају објекте и њихове односе у простору и оспособљавају се за просторно посматрање

- усаврше вјештину брзог и тачног израчунавања
- стичу способност израчунавања математичким језиком, јасно и прецизно, у писменом и усменом облику
- развијају логичко, аналитичко и процедурално (алгоритамско) мишљење: аналогизацијом, генерализацијом, индуктивним и дедуктивним начином закључивања развијају математичко мишљење
- примјеном мисаоних операција, нарочито апстракције и генерализације, развијају способности за индуктивни облик закључивања

Васпитни задаци

Ученици треба да развијају:

- концентрацију,
- способност за упоран и предан рад
- поступност и систематичност у раду,
- тачност, прецизност и уредност у раду,
- позитиван однос према математици и уважавање математике као подручја људске дјелатности,
- самопоуздање и повјерење у властите математичке способности
- навику самоконтроле и критичног мишљења

Кључни појмови

- основа (база B),

- омотач (M)
- мрежа пирамиде,
- површина тростране пирамиде (P),

Образовни стандарди

- МА2.3.4.
- МА3.3.4.

Олици рада

- Индивидуални

Наставне методе

- Самостални рад, Дијалогска, Илустративна

Наставна средства

- Уџбеник, збирка, табла, креда, прибор за геометрију

Мјесто извођења

- Кабинет за математику

Корелација

- Математика 7. разред - Површина троугла и четвороугла
- Математика 8. разред - Питагорина теорема
- Математика 8. разред - Примјена Питагорине теореме на једнакостранични троугао, формула за израчунавање површине једнакостраничног троугла
- Математика 9. разред - Површина пирамиде

Литература и додатни материјал за наставника

- Икодиновић Н, Димитријевић С - *Математика 9*, уџбеник за девети разред основне школе, Издавачка кућа *Klett*, Београд 2011, стр. 102, 103, 104

- Поповић Б, Милојевић С, Вуловић Н - *Математика 9*, збирка задатака са рјешењима за девети разред основне школе, Издавачка кућа *Klett*, Београд 2011, стр. 67

- Икодиновић Н, Димитријевић С, Поповић Б - *Приручник за наставнике математике у деветом разреду основне школе*, Издавачка кућа *Klett*, Београд 2011

- Вујакић М, Павлићевић Р, *Знам за више - Математика 9*, Издавачка кућа *Klett*, Београд 2011

- Павлићевић Р, Вујакић М, *Знам за матуру*, збирка задатака за завршни испит из математике у основном образовању, Издавачка кућа *Klett*, Београд 2011

Литература и додатни материјал за ученике

- Икодиновић Н, Димитријевић С - *Математика 9*, уџбеник за девети разред основне школе, Издавачка кућа *Klett*, Београд 2011, стр. 102, 103, 104

- Поповић Б, Милојевић С, Вуловић Н - *Математика 9*, објашњења и вјежбање за боље оцјене у 9. разреду, Издавачка кућа *Klett*, Београд 2011, стр. 67

- Вујакић М, Павлићевић Р, *Знам за више - Математика 9*, Издавачка кућа *Klett*, Београд 2011

- Павлићевић Р, Вујакић М, *Знам за матуру*, збирка задатака за завршни испит из математике у основном образовању, Издавачка кућа *Klett*, Београд 2011

Напомене

-
-

1.4.3 Ток часа

Уводни дио часа (5 min)

Анализа домаћег задатка.

Поновити како рачунамо површину пирамиде. Која је општа формула за површину

пирамиде?

Која је формула за израчунавање површине троугла, једнакостраничног троугла, правоуглог троугла

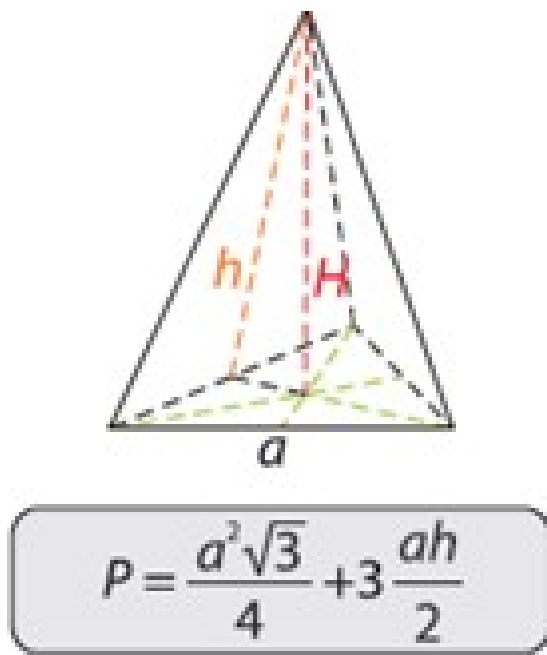
Поновити Питагорину теорему и формуле за површину четвороугла.

Главни дио часа (39 min)

Из опште формуле за рачунање површине пирамиде

$$P = B + M$$

изводимо формулу за рачунање површине правилне троугране пирамиде.



Слика 1.6: Површина правилне троугране пирамиде

Везе између елемената троугране пирамиде:

$$h^2 = H^2 + r^2$$

гдје је $r = \frac{1}{3} \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{6}$ полупречник кружнице уписане у троугао основе (једнакостранични троугао странице a)

$$s^2 = H^2 + R^2$$

гдје је $R = \frac{2}{3} \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$ полупречник кружнице описане око троугла основе (једнакостранични троугао странице a)

$$s^2 = H^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2$$

Примјењујући дате формуле ученици самостално раде следеће задатке у свесци и на табли:

Уџбеник, страна 106, задатак 3 и 4

Збирка задатака, страна 68, задатака 8.

Наставник даље прати рад ученика, усмјерава их на правилно рјешавање задатака, даје инструкције и неопходна додатна објашњења и инсистира на поступности и систематичности при раду, на развијању педантности и уредности и бодри ученике да слободно питају све што им није јасно у вези лекције.

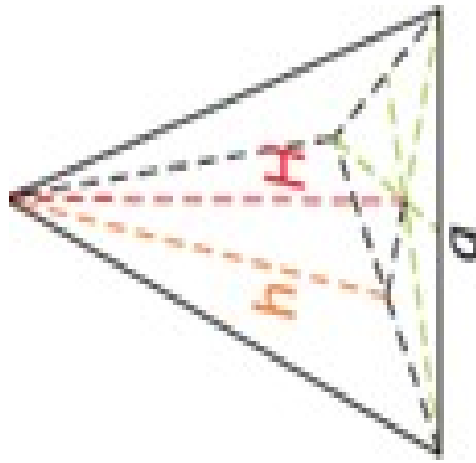
Завршни дио (1 *min*)

Домаћи задатак,
Збирка задатака, страна 73, задатак 3, 8
Знам за више, страна 46, 47, задатак 1.

1.4.4 Изглед табле

Површина тростране пирамиде - утврђивање

$$P = B + M$$



$$P = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} + 3 \frac{ah}{2}$$

(а) Површина правилне тростране пирамиде
Удбеник страна 106, задатак 3 и 4.
Збирка задатака, страна 68, задатак 8.

Полупречник кружности уписане у једнакостранични троугао основе:

$$h^2 = H^2 + r^2 \text{ гдје је } r = \frac{1}{3} \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{6}$$

Полупречник кружности описане око једнакостраничног троугла основе:

$$s^2 = H^2 + R^2 \text{ гдје је } R = \frac{2}{3} \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$

$$s^2 = H^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2$$

ДОМАЋИ ЗАДАТАК:

Збирка задатака,

страна 73, задаци 3 и 8

страна 46,47 задатак 1

2

Припреме за 8 разред

2.1 Припрема за час број 70

2.1.1 Опште напомене

- Основна школа: "Бранислав Нушић", Бања Лука
- Наставни предмет: математика
- Разред: осми
- Датум реализације: Фебруары 6, 2020
- Наставник: Миле Кољанчић, проф.

2.1.2 Подаци о часу

Наставна тема

- Полиноми,

Наставна јединица

- Множење монома мономом

Тип часа

- Понављање

Циљ часа

- Поновити множење монома мономом.

Очекивани исходи

Ученици треба да:

- усвоје правила множења два монома и да их тачно примјењују на задацима
- умија да примјењују својства комутативности, асоцијативности и дистрибутивности код множења монома мономом

- утврде поступак сређивања израза по растућим и опадајућим степенима (тј. поступак за добијање сређеног полинома)

Функционални задаци

Ученици треба да:

- стичу навику изостављања знака за операцију множења између чинилаца монома, као и броја 1 када је он чинилац,
- стичу способност изражавања математичким језиком, јасно и прецизно, у писменом и усменом облику
- се оспособљавају да у току рада дају објашњења за сваки корак у рјешавању задатака
- развијају способност закључивања по аналогiji
- развијају логичко, аналитичко и процедурално (алгоритамско)

мишљење: аналогичном, генерализацијом, индуктивним и дедуктивним начином закључивања развијају математичко мишљење

- примјеном мисаоних операција, нарочито апстракције и генерализације, развијају способности за индуктивни облик закључивања

Васпитни задаци

Ученици треба да развијају:

- концентрацију,
- способност за упоран и предан рад
- поступност и систематичност у раду,
- тачност, прецизност и уредност у раду,
- позитиван однос према математици и уважавање математике као подручја људске дјелатности,
- самопоуздање и повјерење у властите математичке способности
- навику самоконтроле и критичног мишљења

Кључни појмови

- производ монома
- множење монома

Образовни стандарди

- МА2.2.3.

Олици рада

- фронтални

Наставне методе

- Самостални рад, Дијалогска

Наставна средства

- Уџбеник, збирка, табла, креда

Мјесто извођења

- Кабинет за математику

Корелација

- Математика 8. разред - Сређивање полинома

Литература и додатни материјал за наставника

- Икодиновић Н, Димитријевић С - *Математика 8*, уџбеник за осми разред основне школе, Издавачка кућа *Klett*, Београд 2011, стр. 74
- Милојевић С, Вуловић Н, - *Математика 8*, збирка задатака са рјешењима за осми разред основне школе, Издавачка кућа *Klett*, Београд 2011, стр. 56, 67
- Икодиновић Н, - *Приручник за наставнике математике у осмом разреду основне школе*, Издавачка кућа *Klett*, Београд 2011
- Вујакић М, Павлићевић Р, *Знам за више - Математика 8*, Издавачка кућа *Klett*, Београд 2011

Литература и додатни материјал за ученике

- Икодиновић Н, Димитријевић С - *Математика 8*, уџбеник за осми разред основне школе, Издавачка кућа *Klett*, Београд 2011, стр. 74
- Милојевић С, Вуловић Н - *Математика 8*, збирка задатака са рјешењима за осми разред основне школе, Издавачка кућа *Klett*, Београд 2011, стр. 56, 57
- Вујакић М, Павлићевић Р, *Знам за више - Математика 9*, објашњења и вјежбања за боље оцјене у 8. разреду, Издавачка кућа *Klett*, Београд 2010

Напомене

-
-

2.1.3 Ток часа

Уводни дио часа (5 min)

Поновити:

Шта су полиноми?

Шта су мономи?

Како се назива бројевна константа у моному?

Како гласи комутативни закон за множење? Чему је једнак производ степена једнаких основа?

Чему је једнак количник степена једнаких основа?

Чему је једнак степен степена?

Поред операција за сабирања, за полиноме се дефинише и операција множења. Сва својства операције множења у скупу реалних бројева важе и за полиноме. Због "деликатности" поступка множења два полинома, уобичајена је пракса да се оно уводи постепено, што је у уџбенику испоштовано. Прво се множе само мономи.

Главни дио часа (35 min)

Како су мономи изрази које градимемо не само од знакова бројева, знакова промјенљивих и знака за множење (\cdot), закључујемо да је производ два монома поново моном.

Примјер 2.1 (Уџбеник, страна 73). - Ради наставник, објашњавајући поступак. Одредити производе:

- $2a \cdot 3a^2$

- $2x^2y^3 \cdot (-5)x^2yz^3$

Користећи комутативност множења и особине степена добијамо:

- $2a \cdot 3a^2 = 2 \cdot 3 \cdot a \cdot a^2 = 6a^3$

- $2x^2y^3 \cdot (-5)x^2yz^3 = 2 \cdot (-5) \cdot x^2 \cdot x^2 \cdot y^3 \cdot y \cdot z^3 = -10x^4y^4z^3$

Дакле, при множењу два монома, прво групишемо константе и истоимене промјенљиве, па рачунамо њихове производе користећи особине степена истих основа.

Задатак 2.1 (Уџбеник, страна 73). Раде ученици на табли и у својим свескама. Одреди производ монома A и B ако је:

- $A = -2x, \quad B = 3x^2$

- $A = \frac{5}{6}a^4, \quad B = 15a^2$

- $A = -3xy^3z, \quad B = 2x^5y^5z^5$

Слично множимо и више монома ођедном.

Примјер 2.2 (Уџбеник, страна 73). Ради наставник, објашњавајући поступак. Одредити производ монома

$$2x^2y, \quad 3x^2z^3 \quad \text{и} \quad -7xy^5z^2$$

$$\begin{aligned} 2x^2y \cdot 3x^2z^3 \cdot (-7)xy^5z^2 &= 2 \cdot 3 \cdot (-7) \cdot x^2 \cdot x^2 \cdot x \cdot y \cdot y^5 \cdot z^3 \cdot z^2 \\ &= -42x^5y^6z^5 \end{aligned}$$

Још једном треба истаћи чињеницу:

Производ произвољног броја монома је нови моном.

Задатак 2.2 (Уџбеник, страна 73). Раде ученици на табли и у својим свескама. Одреди производ монома A , B и C ако је:

$$1. A = -2x, \quad B = 4x^3, \quad C = -x^2$$

$$2. A = ab^2, \quad B = -5a, \quad C = 3b^2c^3$$

Сада можемо да рачунамо квадрат, куб и тако даље, произвољног монома. Наравно, сваки степен (квадрат, куб и тако даље) неког монома је нови моном.

Примјер 2.3 (Уџбеник, страна 73). Ради наставник, објашњавајући поступак. Одредити:

$$a) (7a^4)^2$$

$$b) \left(\frac{1}{3}a^3b^2c^7\right)^4$$

$$\begin{aligned} (7a^4)^2 &= 7^2 \cdot (a^4)^2 \\ &= 49a^{4 \cdot 2} \\ &= 49a^8 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{3}a^3b^2c^7\right)^4 &= \left(\frac{1}{3}\right)^4 \cdot (a^3)^4 \cdot (b^2)^4 \cdot (c^7)^4 \\ &= \frac{1^4}{3^4} a^{12} b^8 c^{28} \\ &= \frac{1}{81} a^{12} b^8 c^{28} \end{aligned}$$

Задатак 2.3 (Уџбеник, страна 73). Раде ученици на табли и у својим свескама. Одреди:

$$1. (3x^2)^3$$

$$2. (2xy^2)^5$$

$$3. (-3x^3yz^2)^3$$

Збирка задатака, страна 57, задатак 6 - раде ученици самостално.

Завршни дио (5 min)

Поновити

Како множимо два монома?

Чему је једнак производ степена истих основа?

Чему је једнак количник степена истих основа?

Чему је једнак степен степена?

Домаћи задатак: Збирка задатака, страна 56, задаци 1 и 2.

2.1.4 Изглед табле

Множење монома - понављање

Примјер 2.4 (Удбеник, страна 73). - Ради наставник, објашњавајући поступак.

Одредити производе:

1. $2a \cdot 3a^2$

2. $2x^2y^3 \cdot (-5)x^2yz^3$

Користећи комутативност множења и особине степена добијемо:

1. $2a \cdot 3a^2 = 2 \cdot 3 \cdot a \cdot a^2 = 6a^3$

2. $2x^2y^3 \cdot (-5)x^2yz^3 = 2 \cdot (-5) \cdot x^2 \cdot x^2 \cdot y^3 \cdot y \cdot z^3 = -10x^4y^4z^3$

Задатак 2.4 (Удбеник, страна 73). Одреди производ монома A и B ако је:

1. $A = -2x$, $B = 3x^2$

2. $A = \frac{5}{6}a^4$, $B = 15a^2$

3. $A = -3xy^3z$, $B = 2x^5yz^5$

Примјер 2.5 (Удбеник, страна 73). Одредити производ монома

$2x^2y$, $3x^2z^3$ и $-7xy^5z^2$

$$2x^2y \cdot 3x^2z^3 \cdot (-7)xy^5z^2 = 2 \cdot 3 \cdot (-7) \cdot x^2 \cdot x^2 \cdot x \cdot y \cdot y^5 \cdot z^3 \cdot z^2 = -42x^5y^6z^5$$

Производ произвољног броја монома је нови моном.

Задатак 2.5 (Удбеник, страна 73). Одреди производ монома A , B и C ако је:

1. $A = -2x$, $B = 4x^3$, $C = -x^2$

2. $A = ab^2$, $B = -5a$, $C = 3b^2c^3$

Примјер 2.6 (Удбеник, страна 73). Одредити:

а) $(7a^4)^2$

б) $\left(\frac{1}{3}a^3b^2c^7\right)^4$

$$\begin{aligned} (7a^4)^2 &= 7^2 \cdot (a^4)^2 \\ &= 49a^{4 \cdot 2} \\ &= 49a^8 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{3}a^3b^2c^7\right)^4 &= \left(\frac{1}{3}\right)^4 \cdot (a^3)^4 \cdot (b^2)^4 \cdot (c^7)^4 \\ &= \frac{1^4}{3^4} a^{12} b^8 c^{28} \\ &= \frac{1}{81} a^{12} b^8 c^{28} \end{aligned}$$

Задатак 2.6 (Удбеник, страна 73). Одреди:

1. $(3x^2)^3$

2. $(2xy^2)^5$

3. $(-3x^3yz^2)^3$

Домаћи задатак: Збирка задатака, страна 56, задаци 1 и 2.

2.2 Припрема за час број 71

2.2.1 Опште напомене

- Основна школа: "Бранислав Нушић", Бања Лука
- Наставни предмет: математика
- Разред: осми
- Датум реализације: Фебруары 6, 2020
- Наставник: Миле Кољанчић, проф.

2.2.2 Подаци о часу

Наставна тема

- Полиноми,

Наставна јединица

- Множење полинома мономом

Тип часа

- Понављање

Циљ часа

- Понављање поступка множења полинома мономом.

Очекивани исходи

Ученици треба да:

- усвоје правила множења полинома мономом и да их тачно примјењују на задацима
- утврде поступак сређивања израза по растућим и опадајућим степенима (тј. поступак за добијање сређеног полинома)

Функционални задаци

Ученици треба да:

- стичу навику изостављања знака за операцију множења између чинилаца монома, као и броја 1 када је он чинилац,
- стичу способност изражавања математичким језиком, јасно и прецизно, у писменом и усменом облику

- се оспособљавају да у току рада дају објашњења за сваки корак у рјешавању задатака
- развијају способност закључивања по аналогiji
- развијају логичко, аналитичко и процедурално (алгоритамско) мишљење: аналогijом, генерализацијом, индуктивним и дедуктивним начином закључивања развијају математичко мишљење
- примјеном мисаоних операција, нарочито апстракције и генерализације, развијају способности за индуктивни облик закључивања

Васпитни задаци

Ученици треба да развијају:

- концентрацију,
- способност за упоран и предан рад
- поштуност и систематичност у раду,
- тачност, прецизност и уредност у раду,
- позитиван однос према математици и уважавање математике као подручја људске дјелатности,
- самопоуздање и повјерење у властите математичке способности
- навику самоконтроле и критичног мишљења

Кључни појмови

- производ полинома
- множење полинома

Образовни стандарди

- МА2.2.3.

Олици рада

- фронтални

Наставне методе

- Самостални рад, Дијалогска

Наставна средства

- Уџбеник, збирка, табла, креда

Мјесто извођења

- Кабинет за математику

Корелација

- Математика 8. разред - Сређивање полинома

Литература и додатни материјал за наставника

- Икодиновић Н, Димитријевић С - *Математика 8*, уџбеник за осми разред основне школе, Издавачка кућа *Klett*, Београд 2011, стр. 74
- Милојевић С, Вуловић Н, - *Математика 8*, збирка задатака са рјешењима за осми разред основне

школе, Издавачка кућа *Klett*, Београд 2011, стр. 56, 67

- Икодиновић Н, - *Приручник за наставнике математике у осмом разреду основне школе*, Издавачка кућа *Klett*, Београд 2011
- Вујакић М, Павлићевић Р, *Знам за више - Математика 8*, Издавачка кућа *Klett*, Београд 2011

Литература и додатни материјал за ученике

- Икодиновић Н, Димитријевић С - *Математика 8*, уџбеник за осми разред основне школе, Издавачка кућа *Klett*, Београд 2011, стр. 74
- Милојевић С, Вуловић Н - *Математика 8*, збирка задатака са рјешењима за осми разред основне школе, Издавачка кућа *Klett*, Београд 2011, стр. 56, 57
- Вујакић М, Павлићевић Р, *Знам за више - Математика 9*, објашњења и вјежбања за боље оцјене у 8. разреду, Издавачка кућа *Klett*, Београд 2010

Напомене

-
-

2.2.3 Ток часа**Уводни дио часа (5 min)**

Поновити:

Како множимо два монома?

Како множимо више монома ођедном?

Шта су сређени полиноми?

Како гласи дидистрибутивни закон множења према сабирању? Као што множимо два или више монома, слично множимо и полином мономом.

Множење полинома мономом је први значајнији корак који ученици морају да савладају да би множили произвољне нполиноме. У основи поступка насловљеног множења налази се дистрибутивност и на томе треба инсистирати током рјешавања сваког новог задатка.

Главни дио часа (35 min)

Примјер 2.7 (Уџбеник, страна 74). *Ради наставник, објашњавајући поступак. Нека су дати полином $A = x^3 + 3x - 1$ и моном $M = 5x$.*

Одредити сређени облик полинома $A \cdot M$.

Користећи прво дистрибутивни закон, а затим множећи одговарајуће мономе добијамо:

$$\begin{aligned}(x^3 + 3x - 1) \cdot 5x &= x^3 \cdot 5x + 3x \cdot 5x + (-1) \cdot 5x \\ &= 5x^4 + 15x^2 - 5x\end{aligned}$$

Уопштено за полином $A = A_1 + A_2 + A_3$, гђе су A_1, A_2, A_3 његови моном, производ са произвољним моном M би, примјеном дистрибутивности, изгледао овако:

$$\begin{aligned}A \cdot M &= (A_1 + A_2 + A_3) \cdot M \\ &= A_1 \cdot M + A_2 \cdot M + A_3 \cdot M\end{aligned}$$

Наставник истиче правило:

Полином A множимо мономом M тако што сваки члан полинома A помножимо мономом M , па добије производе саберемо (добијени полином средимо)

Задатак 2.7 (Уџбеник, страна 74). Раде ученици на табли и у својим свескама.

Одреди производ $A \cdot B$ ако је:

1. $A = 7a^2 - 3a + 5$, $M = 2a$
2. $A = -5a^2 - 4a + 8$, $M = -3a^2$
3. $A = 12a^4 - 2a^2 + a$, $M = -a^3$

Задатак 2.8 (Уџбеник, страна 74). Раде ученици на табли и у својим свескама.

Не одређујући производ $A \cdot M$ одреди његов степен ако је :

1. $A = 4a^4 - 3a$, $M = -5a$
2. $A = -3a^4 + 2a^3 - a^2 + 6a$, $M = 7a$
3. $A = a^5 - a^3 + a$, $M = a^4$

Збирка задатака, страна 57, задаци 10 и 11, раде ученици самостално на табли и у свескама.

Завршни дио (5 min)

Поновити

Како множимо полином мономом?

Домаћи задатак: Збирка задатака, страна 57, задатак 7.

Знам за више: страна 42, задатак 1.

2.2.4 Изглед табле

Множење полинома мономом - понављање

Примјер 2.8 (Уџбеник, страна 74). Нека су дати:
 полином $A = x^3 + 3x - 1$ и мономом $M = 5x$.
 Одредити сређени облик полинома $A \cdot M$.

$$\begin{aligned}(x^3 + 3x - 1) \cdot 5x &= x^3 \cdot 5x + 3x \cdot 5x + (-1) \cdot 5x \\ &= 5x^4 + 15x^2 - 5x\end{aligned}$$

Уопштено за полином $A = A_1 + A_2 + A_3$, гђе су A_1, A_2, A_3 његови мономи, производ са произвољним мономом M би, примјеном дистрибутивности, изгледао овако:

$$\begin{aligned}A \cdot M &= (A_1 + A_2 + A_3) \cdot M \\ &= A_1 \cdot M + A_2 \cdot M + A_3 \cdot M\end{aligned}$$

Наставник истиче правило:

Полином A множимо мономом M тако што сваки члан полинома A помножимо мономом M , па добијемо производе саберемо (добијени полином средимо)

Задатак 2.9 (Уџбеник, страна 74). Одреди производ $A \cdot B$ ако је:

1. $A = 7a^2 - 3a + 5$, $M = 2a$
2. $A = -5a^2 - 4a + 8$, $M = -3a^2$
3. $A = 12a^4 - 2a^2 + a$, $M = -a^3$

Задатак 2.10 (Уџбеник, страна 74). Не одређујући производ $A \cdot M$ одреди његов степен ако је :

1. $A = 4a^4 - 3a$, $M = -5a$
2. $A = -3a^4 + 2a^3 - a^2 + 6a$, $M = 7a$
3. $A = a^5 - a^3 + a$, $M = a^4$

Збирка задатака, страна 57, задаци 10 и 11, раде ученици самостално на табли и у свескама.

Домаћи задатак

Збирка задатака, страна 57, задатак 7.

2.3 Припрема за час број 73

2.3.1 Опште напомене

- Основна школа: "Бранислав Нушић", Бања Лука
- Наставни предмет: математика
- Разред: осми
- Датум реализације: Фебруары 6, 2020
- Наставник: Миле Кољанчић, проф.

2.3.2 Подаци о часу

Наставна тема

- Полиноми,

Наставна јединица

- Множење полинома са полиномом

Тип часа

- Обрада

Циљ часа

- Упознавање ученика са поступком множења полинома полиномом.

Очекивани исходи

Ученици треба да:

- усвоје правила множења полинома полиномом и да их тачно примјењују на задацима
- утврде поступак сређивања израза по растућим и опадајућим степенима (тј. поступак за добијање сређеног полинома)

Функционални задаци

Ученици треба да:

- стичу навику изостављања знака за операцију множења између чинилаца монома, као и броја 1 када је он чинилац,
- стичу способност изражавања математичким језиком, јасно и прецизно, у писменом и усменом облику

- се оспособљавају да у току рада дају објашњења за сваки корак у рјешавању задатака
- развијају способност закључивања по аналогiji
- развијају логичко, аналитичко и процедурално (алгоритамско) мишљење: аналогijом, генерализацијом, индуктивним и дедуктивним начином закључивања развијају математичко мишљење
- примјеном мисаоних операција, нарочито апстракције и генерализације, развијају способности за индуктивни облик закључивања

Васпитни задаци

Ученици треба да развијају:

- концентрацију,
- способност за упоран и предан рад
- поступност и систематичност у раду,
- тачност, прецизност и уредност у раду,
- позитиван однос према математици и уважавање математике као подручја људске дјелатности,
- самопоуздање и повјерење у властите математичке способности
- навику самоконтроле и критичног мишљења

Кључни појмови

- множење полинома
- производ полинома

Образовни стандарди

- МА2.2.3.

Олици рада

- фронтални

Наставне методе

- Дијалогска

Наставна средства

- Уџбеник, збирка, табла, креда, наставни листићи из приручника

Мјесто извођења

- Кабинет за математику

Корелација

- Математика 8. разред - Сређивање полинома

Литература и додатни материјал за наставника

- Икодиновић Н, Димитријевић С - *Математика 8*, уџбеник за осми разред основне школе, Издавачка кућа *Klett*, Београд 2011, стр. 74
- Милојевић С, Вуловић Н, - *Математика 8*, збирка задатака са рјешењима за осми разред основне школе, Издавачка кућа *Klett*, Београд 2011, стр. 56, 67
- Икодиновић Н, - *Приручник за наставнике математике у осмом разреду основне школе*, Издавачка кућа *Klett*, Београд 2011
- Вујакић М, Павлићевић Р, *Знам за више - Математика 8*, Издавачка кућа *Klett*, Београд 2011

Литература и додатни материјал за ученике

- Икодиновић Н, Димитријевић С - *Математика 8*, уџбеник за осми разред основне школе, Издавачка кућа *Klett*, Београд 2011, стр. 74

- Милојевић С, Вуловић Н - *Математика 8*, збирка задатака са рјешењима за осми разред основне школе, Издавачка кућа *Klett*, Београд 2011, стр. 56, 57
- Вујакић М, Павлићевић Р, *Знам за више - Математика 9*, објашњења и вјежбања за боље оцјене у 8. разреду, Издавачка кућа *Klett*, Београд 2010

Напомене

”Поступци научени на претходна три часа представљају увертуру за поступак множења два полинома, при чему ниједан од њих није моном. Ученици га најчешће колоквијално зову ”сваки са сваким” јер је управо та идеја у основи самог поступка. Без претераног осуђивања оваквог назива, пожељно је што чешће истицати дистрибутивност као основу поступка. Иако сам поступак није суштински компликован, доста су честе грешке које ученици праве приликом множења два полинома. Узроци су најчешће неуредност, несистематичност, нестрпљивост, недостак концентрације и слично. Велики број наставника инсистира на јединственом начину спаривања монома једног полинома са мономима другог да би се могућност грешке свела на минимум. Ту су и разна помоћна упуцтва која није лако описати текстом, али која постају врло једноставна када се усмено изложе уз демонстрацију на неком примјеру. На примјер,

подвуци први моном слијева у 'десном' полиному, па затим кажипрстом лијеве руке слиједи мономе (слијева надесно) 'лијевог' полинома и записуј збир производа подвученог монома са сваким мономом другог. Затим, подвуци други моном слијева у 'десном' полиному, па кажипрстом лијеве руке поново прати мономе 'лијевог' полинома и тако даље.”

2.3.3 Ток часа

Уводни дио часа (5 min)

Анализа домаћег задатка.

Поновити:

Како множимо два монома?

Како множимо полином мономом?

Као што помножимо полином мономом, сличном множимо и полином полиномом.

Главни дио часа (35 min)

Примјер 2.9 (Уџбеник, страна 74). Ради наставник, објашњавајући поступак.

Нека су дати полином $A = x^2 - 4x - 11$ и моном $B = 3x + 5$.

Одредити сређени облик полинома $A \cdot B$.

Двоструком примјеном дистрибутивног закона добијамо:

$$\begin{aligned}(x^2 - 4x - 11) \cdot (3x + 5) &= x^2 \cdot (3x + 5) - 4x \cdot (3x + 5) - 11 \cdot (3x + 5) \\ &= x^2 \cdot 3x + x^2 \cdot 5 - 4x \cdot 3x - 4x \cdot 5 - 11 \cdot 3x - 11 \cdot 5 \\ &= 3x^3 + 5x^2 - 12x^2 - 20x - 33x - 55 \\ &= 3x^3 - 7x^2 - 53x - 55\end{aligned}$$

Уопштено за полином

$A = A_1 + A_2 + A_3$ и $B = B_1 + B_2$, гдје су $A_1 = x^2$, $A_2 = -4x$, $A_3 = -11$ мономи полинома A а $B_1 = 3x$, $B_2 = 5$ мономи полинома B имамо правило:

$$\begin{aligned}A \cdot B &= (A_1 + A_2 + A_3) \cdot (B_1 + B_2) \\ &= A_1 \cdot B_1 + A_1 \cdot B_2 + A_2 \cdot B_1 + A_2 \cdot B_2 + A_3 \cdot B_1 + A_3 \cdot B_2\end{aligned}$$

Наставник истиче правило:

Полином A множимо полиномом B тако што сваки члан полинома A помножимо са сваким чланом полинома B , па добије производе саберемо (добијени полином средимо)

Задатак 2.11 (Уџбеник, страна 75). Ученици раде самостално на табли и у својим свескама.

Одреди производ $A \cdot B$ ако је:

1. $A = 3a - 2$, $B = 3a^2 - 5a + 7$
2. $A = -3a^2 + 4a - 9$, $B = 5a^2 - 3a$
3. $A = x^2 - xy + y^2$, $B = x + y$

Примјер 2.10 (Уџбеник, страна 75). Ради наставник објашњавајући поступак.

Више полинома множимо тако што поступно множимо два по два.

$$\begin{aligned}
 (3x^2 + 4) \cdot (2x^2 - x + 1) \cdot (3x - 2) &= [3x^2 \cdot 2x^2 + 3x^2 \cdot (-x) + 3x^2 \cdot 1 + 4 \cdot 2x^2 + 4 \cdot (-x) + 4 \cdot 1] \cdot (3x - 2) \\
 &= [6x^4 - 3x^3 + 3x^2 + 8x^2 - 4x + 4] \cdot (3x - 2) \\
 &= [6x^4 - 3x^3 + 11x^2 + 4x + 4] \cdot (3x - 2) \\
 &= 18x^5 - 9x^4 + 33x^3 - 12x^2 + 12x - 12x^4 + 6x^3 - 22x^2 + 8x - 8 \\
 &= 18x^5 - 21x^4 + 39x^3 - 34x^2 + 20x - 8
 \end{aligned}$$

Задатак 2.12 (Уџбеник, страна 75). Ученици раде самостално на табли и у својим свескама. Одреди производ $A \cdot B \cdot C \cdot D$ ако је:

1. $A = -3x + 5$,
2. $B = 4x - 7$,
3. $C = x^2 - 8x - 1$,
4. $D = x^3$

Задатак 2.13 (Уџбеник, страна 75). Ученици раде самостално на табли и у својим свескама. Не одређујући производ $A \cdot B \cdot B \cdot C$ одреди његов степен ако је:

1. $A = 3a^4$, $B = 5a - 8$ $C = a^3 - 2a^2 + 3$
2. $A = x^4 - 3x^2 + 2x + 6$, $B = -x + 7$, $C = x^3 - 2x$

Уколико вријеме дозвољава објаснити ученицима још један доказ Питагорине теореме, дат на страни 75 уџбеника.

Завршни дио (5 min)

Поновити

Како множимо полином Полиномом?

Домаћи задатак: Наставни листићи из приручника (странице 64, 65) Које је наставник претходно ископирао и подијелио ученицима.

Множење полинома - обрада

Примјер 2.11 (Удбеник, страна 74). Нека су дати полином $A = x^2 - 4x - 11$ и моноом $B = 3x + 5$.

Одредити сређени облик полинома $A \cdot B$.

Деоструктом примјеном дистрибутивног закона добијамо:

$$\begin{aligned}(x^2 - 4x - 11) \cdot (3x + 5) &= x^2 \cdot (3x + 5) - 4x \cdot (3x + 5) - 11 \cdot (3x + 5) \\ &= x^2 \cdot 3x + x^2 \cdot 5 + (-4x) \cdot (3x) + (-4x) \cdot 5 + (-11) \cdot 3x + (-11) \cdot 5 \\ &= 3x^3 + 5x^2 + (-12)x^2 + (-20)x + (-33)x + (-55) \\ &= 3x^3 - 7x^2 - 53x - 55\end{aligned}$$

Уопштено за полином

$$A = A_1 + A_2 + A_3 \text{ и } B = B_1 + B_2, \text{ гдје су } A_1 = x^2, \quad A_2 = -4x, \quad A_3 = -11 \text{ мономи полинома } A \text{ а } B_1 = 3x, \quad B_2 = 5 \text{ мономи полинома } B \text{ имамо правило:}$$

$$\begin{aligned}A \cdot B &= (A_1 + A_2 + A_3) \cdot (B_1 + B_2) \\ &= A_1 \cdot B_1 + A_1 \cdot B_2 + A_2 \cdot B_1 + A_2 \cdot B_2 + A_3 \cdot B_1 + A_3 \cdot B_2\end{aligned}$$

Задатак 2.14 (Удбеник, страна 75). Одреди производ $A \cdot B$ ако је:

1. $A = 3a - 2, \quad B = 3a^2 - 5a + 7$
2. $A = -3a^2 + 4a - 9, \quad B = 5a^2 - 3a$
3. $A = x^2 - xy + y^2, \quad x + y$

Примјер 2.12 (Удбеник, страна 75). Више полинома множењемо тако што поступно множењемо два по два.

$$\begin{aligned}(3x^2 + 4) \cdot (2x^2 - x + 1) \cdot (3x - 2) &= [3x^2 \cdot 2x^2 + 3x^2 \cdot (-x) + 3x^2 \cdot 1 + 4 \cdot 2x^2 + 4 \cdot (-x) + 4 \cdot 1] \cdot (3x - 2) \\ &= [6x^4 - 3x^3 + 3x^2 + 8x^2 - 4x + 4] \cdot (3x - 2) \\ &= [6x^4 - 3x^3 + 11x^2 + 4x + 4] \cdot (3x - 2) \\ &= 18x^5 - 9x^4 + 33x^3 - 12x^2 + 12x - 12x^4 + 6x^3 - 22x^2 + 4x - 8 \\ &= 18x^5 - 21x^4 + 39x^3 - 34x^2 + 20x - 8\end{aligned}$$

Задатак 2.15 (Удбеник, страна 75). Одреди производ $A \cdot B \cdot C \cdot D$ ако је:

1. $A = -3x + 5,$
2. $B = 4x - 7,$
3. $C = x^2 - 8x - 1,$
4. $D = x^3$

Задатак 2.16 (Удбеник, страна 75). Не одређујући производ $A \cdot B \cdot V$ одреди његов степен ако је:

1. $A = 3a^4, \quad B = 5a - 8, \quad C = a^3 - 2a^2 + 3$
2. $A = x^4 - 3x^2 + 2x + 6, \quad B = -x + 7, \quad C = x^3 - 2x$

Домаћи задатак

Наставни листићи.

2.4 Припрема за час број 78

2.4.1 Опште напомене

- Основна школа: "Бранислав Нушић", Бања Лука
- Наставни предмет: математика
- Разред: осми
- Датум реализације: Фебруары 6, 2020
- Наставник: Миле Кољанчић, проф.

2.4.2 Подаци о часу

Наставна тема

- Полиноми,

Наставна јединица

- Квадрат бинома

Тип часа

- Обрада

Циљ часа

- Упознавање ученика са формулом за одређивање квадрата бинома.

Очекивани исходи

Ученици треба да:

- усвоје формулу за квадрат бинома како збира тако и разлике
- знају да изведу формулу за квадрат бинома
- умију да дато правило интерпретирају графички и да га примјењују у задацима

Функционални задаци

Ученици треба да:

- стичу навику изостављања знака за операцију множења између чинилаца монома, као и броја 1 када је он чинилац,
- стичу способност изражавања математичким језиком, јасно и прецизно, у писменом и усменом облику

- се оспособљавају да у току рада дају објашњења за сваки корак у рјешавању задатака
- развијају способност закључивања по аналогiji
- развијају логичко, аналитичко и процедурално (алгоритамско) мишљење: аналогijом, генерализацијом, индуктивним и дедуктивним начином закључивања развијају математичко мишљење
- примјеном мисаоних операција, нарочито апстракције и генерализације, развијају способности за индуктивни облик закључивања

Васпитни задаци

Ученици треба да развијају:

- концентрацију,
- способност за упоран и предан рад
- поступност и систематичност у раду,
- тачност, прецизност и уредност у раду,
- позитиван однос према математици и уважавање математике као подручја људске дјелатности,
- самопоуздање и повјерење у властите математичке способности
- навику самоконтроле и критичног мишљења

Кључни појмови

- квадрат бинома

Образовни стандарди

- МА2.2.3.
- МА3.2.3.

Олици рада

- фронтални

Наставне методе

- Дијалогска

Наставна средства

- Уџбеник, збирка, табла, креда, наставни листићи из приручника

Мјесто извођења

- Кабинет за математику

Корелација

- Математика 8. разред - Множење полинома полиномом

Литература и додатни материјал за наставника

- Икодиновић Н, Димитријевић С - *Математика 8*, уџбеник за осми разред основне школе, Издавачка кућа *Klett*, Београд 2011, стр. 74
- Милојевић С, Вуловић Н, - *Математика 8*, збирка задатака са рјешењима за осми разред основне школе, Издавачка кућа *Klett*, Београд 2011, стр. 56, 67

- Икодиновић Н, - *Приручник за наставнике математике у осмом разреду основне школе*, Издавачка кућа *Klett*, Београд 2011
- Вујакић М, Павлићевић Р, *Знам за више - Математика 8*, Издавачка кућа *Klett*, Београд 2011

Литература и додатни материјал за ученике

- Икодиновић Н, Димитријевић С - *Математика 8*, уџбеник за осми разред основне школе, Издавачка кућа *Klett*, Београд 2011, стр. 74
- Милојевић С, Вуловић Н - *Математика 8*, збирка задатака са рјешењима за осми разред основне школе, Издавачка кућа *Klett*, Београд 2011, стр. 56, 57
- Вујакић М, Павлићевић Р, *Знам за више - Математика 9*, објашњења и вјежбања за боље оцјене у 8. разреду, Издавачка кућа *Klett*, Београд 2010

Напомене

Посебно је важно ученике постепено припремати за двојаку примјену научених формула: примјене приликом „ослобађања од заграда“ и примјене при растављању на чиниоце, то јест на читање формула „слијева надесно“ и „здесна налијево“.

2.4.3 Ток часа**Уводни дио часа (5 min)**

Анализа домаћег задатка.

Поновити:

Шта је квадрат монома?

Шта су биноми?

Како можемо одредити квадрат неког бинома?

Са неким полиномима радимо цешће него са другима, па нам је у интересу да поједноставимо рад са њима. На примјер, често ћемо рачунати квадрате бинома. Сада ћемо извести општи образац за квадрат бинома који ћемо касније користити кад год нам је потребан.

Главни дио часа (35 min)

Нека су A и B два неслична монома.

Одредићемо $(A + B)^2$, односно **квадрат бинома** $A + B$.

$$\begin{aligned}(A + B)^2 &= (A + B) \cdot (A + B) \\ &= A \cdot A + A \cdot B + B \cdot A + B \cdot B \\ &= A^2 + 2AB + B^2\end{aligned}$$

Претходно израчунавање можемо описати и геометријски ако замислимо да су вриједности монома A и B мјерни бројеви a и b дужина неке двије дужи. Тада је:

- $(a + b)^2$ површина квадрата странице $a + b$
- a^2 , површина квадрата странице a
- b^2 , површина квадрата странице b
- ab , површина правоугаоника чије су странице дужина a и b
- Имамо једнакост двију површина: $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

Наставник истиче тврђење:

Квадрат бинома

Квадрат бинома једнак је збиру квадрата чланова тог бинома и њиховог двоструког производа, то јест

$$(A + B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$$

Задатак 2.17 (Уџбеник, страна 76). *Прва два примјера ради наставник објашњавајући примјену формуле, а трећи примјер оставља ученицима.*

Одреди квадрат бинома P ако је:

1. $P = 3a + 2$,
2. $P = -2x + 7$,
3. $P = 5a + 2b$,

Примјер 2.13 (Уџбеник, страна 76). *Ради наставник.*

Одреди квадрат бинома $x - y$.

Знамо да је $x - y = x + (-y)$, па примјењујемо образац за квадрат бинома:

$$\begin{aligned}(x - y)^2 &= (x + (-y))^2 \\ &= x^2 + 2x(-y) + (-y)^2 \\ &= x^2 - 2xy + y^2\end{aligned}$$

Наставник истиче тврђење:

Квадрат разлике

Квадрат разлике једнак је збиру квадрата чланова тог бинома умањеном за вриједност њихов двоструког производа, то јест

$$(A - B)^2 = A^2 - 2AB + B^2$$

Задатак 2.18 (Уџбеник, страна 76). Раде ученици самостално у својим свескама и на табли. Одреди квадрат бинома P ако је:

1. $P = 4a - 3$,
2. $P = 9x - \frac{4}{7}y$,
3. $P = -6aa - 5b$,

Ови обрасци нам могу олакшати и израчунавање квадрата неких бројева. На примјер, умјесто да рачунамо 99^2 директно, квадрат броја 99 можемо израчунати на следећи начин:

$$\begin{aligned} 99^2 &= (100 - 1)^2 \\ &= 100^2 - 2 \cdot 100 \cdot 1 + 1^2 \\ &= 10000 - 200 + 1 \\ &= 9801 \end{aligned}$$

Задатак 2.19 (Уџбеник, страна 76). Раде ученици самостално у својим свескама и на табли. Примјеном обрасца за квадрат бинома израчунати:

1. 78^2 ,
2. 103^2 ,

Размотримо сада обрнути проблем у односу на претходне: који трином можемо трансформисати у квадрат бинома и како то чинимо.

Примјер 2.14 (Уџбеник, страна 77). Ради наставник.

Трином $x^2 + 4x + 4$ записати у облику производа. Идеја је да искористимо образац за квадрат бинома. Најпре, први и трећи члан датог тринома записујемо у облику квадрата: $x^2 + 4x + 4 = x^2 + 4x + 2^2$. Сада размотримо како средњи члан тринома можемо да запишемо као двоструки производ два израза: $4x = 2 \cdot 2 \cdot x$.

$$\begin{aligned} x^2 + 4x + 4 &= x^2 + 4x + 2^2 \\ &= x^2 + 2 \cdot x \cdot 2 + 2^2 \\ &= (x + 2)^2 \end{aligned}$$

Задатак 2.20 (Уџбеник, страна 76). Раде ученици самостално у својим свескама и на табли. Примјеном обрасца за квадрат бинома трансформиши трином:

1. $P = a^2 + 2a + 1$,
2. $P = 9a^2 + 6a + 1$,
3. $P = 16x^2 + 40x + 25$

Завршни дио (5 min)

Поред обрасца за квадрат бинома познати су и обрасци за куб бинома, као и за више степене бинома.

На примјер, образац за куб бинома је: $(A + B)^3 = A^3 + 3A^2B + 3AB^2 + B^3$.

Поновити:

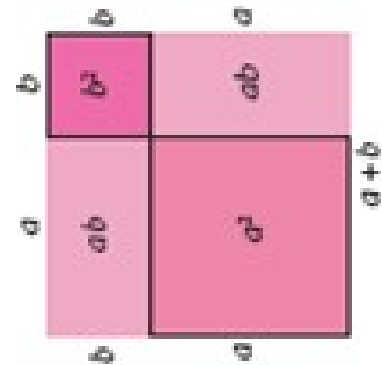
Како гласи образац за квадрат бинома?

Домаћи задатак, Збирка задатака, страна 59, задаци 1,2,3,5.

Домаћи задатак: Наставни листићи из приручника (странице 64, 65) Које је наставник претходно ископирао и подијелио ученицима.

2.4.4 Изглед табле

Квадрат бинома - обрада



Слика 2.1: Квадрат збира

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

Ако је $(A + B)^2$ површина великог квадрата (Слика 2.1) чија је страница дугачка $(a \text{ } \& \text{ } b)$, затим A^2 и B^2 површине малих квадрата чије су стране дуге a односно b и AB површина правоугаоника чије су стране a и b , тада из једнакости површина слиједи:

Квадрат разлике

Квадрат разлике једнак је збиру квадрата чланова тог бинома умањеном за вриједност њихов двоструког производа, то јест

$$(A - B)^2 = A^2 - 2AB + B^2$$

Задатак 2.22 (Уџбеник, страна 76). *Одреди квадрат бинома P ако је: $P = 4a - 3$, $P = 9x - \frac{4}{7}y$, $P = -6aa - 5b$,*

$$99^2 = (100 - 1)^2 = 100^2 - 2 \cdot 100 \cdot 1 + 1^2 = 10000 - 200 + 1 = 9801$$

Квадрат бинома

Квадрат бинома једнак је збиру квадрата чланова тог бинома и њиховог двоструког производа, то јест

$$(A + B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$$

Задатак 2.21 (Уџбеник, страна 76). *Одреди квадрат бинома P ако је: $P = 3a + 2$, $P = -2x + 7$, $P = 5a + 2b$,*

Примјер 2.15 (Уџбеник, страна 76). *Одреди квадрат бинома $x - y$.*

$$(x - y)^2 = (x + (-y))^2 = x^2 + 2x(-y) + (-y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$$

Задатак 2.23 (Уџбеник, страна 76). *Примјеном обрасца за квадрат бинома израчунати: 78^2 , 103^2 .*

Примјер 2.16 (Уџбеник, страна 77). *Трином $x^2 + 4x + 4$ записати у облику производа.*

$$x^2 + 4x + 4 = x^2 + 4x + 2^2 = x^2 + 2 \cdot x \cdot 2 + 2^2 = (x + 2)^2$$

Задатак 2.24 (Уџбеник, страна 76). *Примјеном обрасца за квадрат бинома трансформиши трином: $P = a^2 + 2a + 1$, $P = 9a^2 + 6a + 1$, $P = 16x^2 + 40x + 25$*

Домаћи задатак

Збирка задатака, страна 59, задаци 1, 2, 3, 5.

Попис слика

1.1	Стране пирамиде	7
1.2	Пирамида	7
1.3	Карактеристични правоугли троугао код правилне пирамиде	8
1.4	Мрежа пирамиде	12
1.5	Пирамида	17
1.6	Површина правилне троугране пирамиде	20
2.1	Квадрат збира	42

Попис табела