Математичка радионица

11. октобар 2024.

1 Задаци

1. Дати су скупови $A = \{1, 3, 5\}$ и $B = \{a, b, c\}$. Одредити $A \times B$, а затим провјерити да ли је $A \times B = B \times A$.

2. Дати су скупови $A = \{1, 4, 6\}$ и $B = \{2, 3, 5\}$. Одредити

   (а) $A \times B$;

   (б) релацију $\rho \subseteq A \times B$ у којој су они уређени парови код којих је прва компонента мања од друге.

3. Нека је $A = \{1, 2, 3\}$ и нека је $\rho \subseteq A^2$, при чему су у релацији ρ они парови чија је бар једна компонента непаран број. Представити релацију ρ на сва три начина, а затим провјерити да ли је релација рефлексивна, симетрична, антисиметрична и транзитивна.

4. Нека је A скуп свих правих у равни и нека је $\rho \subseteq A \times A$, при чему вриједи

$$(p, q) \in \rho \iff p || q.$$

   Испитати да ли је ρ релација еквиваленције.

5. Нека су a, b и c различити елементи и $A = \{a, b, c\}$. Навести примјер релације на A која је

   (а) рефлексивна, симетрична, али није транзитивна

   (б) рефлексивна, антисиметрична, али није транзитивна

   (ц) рефлексивна, транзитивна, али није симетрична

   (д) рефлексивна, транзитивна, али није антисиметрична

   (е) симетрична, транзитивна, али није рефлексивна

   (ф) антисиметрична, транзитивна, али није рефлексивна.

6. Нека су a, b и c различити елементи и $A = \{a, b, c\}$. Навести примјер релације на A која је и симетрична и антисиметрична. Постоји ли релација на A која није ни симетрична ни антисиметрична?

7. Нека је X непразан скуп и нека је на $P(X)$ дата релација ρ са

$$A \rho B \iff A \cap B = \emptyset, \quad A, B \in P(X).$$

8. Нека је X непразан скуп и релација $\rho = \{(B, C) : B \subseteq C\}$ релација на $P(X)$. Доказати да је ρ релација поретка.

9. Нека је A непразан скуп. Доказати да је дијагонална релација

$$\Delta_A = \{(a, a) : a \in A\}$$

једина релација на A која је и релација еквиваленције и релација поретка.

10. Дати су скупови $A = \{1, 2, 3\}$ И $B = \{6, 3, 2\}$ и релација

    (а) $(a, b) \in \rho_1 \iff ab = 6$;

    (б) $(a, b) \in \rho_2 \iff b = 2$.

    Провјерити да ли су релације ρ_1 и ρ_2 функције.

11. Дати примјер скупова X и Y, као и релације $\rho \subseteq X \times Y$ тако да

    (а) $D(\rho) = X$ и постоје $x \in X$ и $y_1 \neq y_2 \in Y$ такви да је $(x, y_1), (x, y_2) \in \rho$;

    (б) $D(\rho) \neq X$ и за све $x \in X$ и $y_1, y_2 \in Y$ такве да је $(x, y_1), (x, y_2) \in \rho$ слиједи $y_1 = y_2$.

    (ц) $D(\rho) \neq X$ и постоје $x \in X$ и $y_1 \neq y_2 \in Y$ такви да је $(x, y_1), (x, y_2) \in \rho$;

12. Дат је скуп $\{3, 5, 6\}$ и скуп $B = \{4, 2, 1\}$ и правило

$$(a, b) \in \rho \iff b = 7 - a.$$

Направити график ове релације и провјерити да ли је ρ функција.

13. Дати су скупови $A = \{1, 2, 3\}$ и $B = \{1, 2, 3, 4\}$ и релација $\rho : (a, b) \in \rho \iff a = 3$. Испитати да ли је ρ функција.

14. Графички провјерити да ли су сљедеће функције ињекције односно сурјекције.

    (а) $f : \{1, 3, 5\} \to \{2, 4, 6, 8\}, f(x) = x + 1$;

    (б) $f : \{2, 3, 4\} \to \{5, 6\}, f(x) = 5$;